

Zusammenfassung HF I

Maxwell'sche Gleichungen

Induktionsgesetz:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_{\text{mag}}}{dt}$$

mit $\Phi_{\text{mag}} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint \mu_0 \mu_r \vec{H} \cdot d\vec{A} \rightarrow$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \iint \mu_0 \mu_r \frac{d\vec{H}}{dt} \cdot d\vec{A}$$

komplex: $\text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu_r \mu_0 \vec{H}$

Durchflutungsgesetz:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_{\text{ges}}$$

mit $I_{\text{ges}} = I_E + I_V$ $\left(\begin{array}{l} \vec{J}_V = \frac{d\vec{D}}{dt} = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \\ \vec{J}_E = \kappa \cdot \vec{E} \end{array} \right) \rightarrow$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint (\kappa \vec{E} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}) \cdot d\vec{A}$$

komplex: $\text{rot } \vec{H} = (\kappa + j\omega \epsilon_r \epsilon_0) \vec{E}$

Folgerungen & Randbedingungen:

Grenzfläche zweier Medien:

$$\begin{array}{l} E_{\perp I} = E_{\perp II} \\ H_{\parallel I} = H_{\parallel II} \end{array}$$

Keine Vektoren (keine Doppelschicht)
(keine Flächenströme)

Grenzfläche Isolator - Leiter:

$$\begin{array}{l} E_{\perp n} = 0 \\ H_{\parallel n} = 0 \end{array}$$

Quellen, Quellenfreiheit:

$$\oint \mu_0 \mu_r \vec{H} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\text{div}(\mu_0 \mu_r \vec{H}) = 0$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int \rho dV$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_0 \mu_{r1} H_{1n} = \mu_0 \mu_{r2} H_{2n} \quad (B_{1n} = B_{2n}) \\ \epsilon_r \epsilon_{r1} E_{1n} = \epsilon_r \epsilon_{r2} E_{2n} \quad (D_{1n} = D_{2n}) \end{array} \right\}$$

(keine Flächenladungen)

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{J} = 0$$

Ebene Wellen im freien Raum

Einfachste Lsg. d. Maxwell'schen Gleichungen:

Annahme: $\vec{E} = E_y \cdot \vec{e}_y \rightarrow \vec{H} = H_x \cdot \vec{e}_x$ mit $H_x = \frac{-j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}$

oder: $E_y = -\frac{j}{\omega \epsilon_0} \frac{\partial H_x}{\partial z}$

\rightarrow Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_y = 0$$

Skizze

$\beta^2 \rightarrow \beta = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \dots$ Phasenkonstante

Allg. Lsg: $E_y = E_h \cdot e^{-j\beta z} + E_r \cdot e^{j\beta z}$

Monochromatisches: $E_y(t) = \text{Re}\{E_y \cdot e^{-j\omega t}\}$

$E_h = |E_h| \cdot e^{j\phi_h}$

$E_r = |E_r| \cdot e^{j\phi_r}$

Phasengeschwindigkeit: $v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$

Wellenlänge: $\lambda_0 = v_{ph} \cdot T = \frac{v_{ph}}{f}$ $\lambda_0 [m] = \frac{300}{f [MHz]}$

Phasenkonstante: $\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

Feldwellenwiderstand: $H_{-x} = -H_x = \frac{\beta_0}{\omega \mu_0} (E_h \cdot e^{-j\beta_0 z} - E_r \cdot e^{j\beta_0 z})$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$

Leitungswelle

Strahlleitung:

- Einbringen von idealen Leitern in Maxwell'sche Gleichungen
- Strahlungsfelder: (i) vernachlässigbar für $b \ll \lambda$
(ii) durch $a \neq 0$ berücksichtigen

Spannung: $U = E_y \cdot b$

Strom: $I = iL_x \cdot a \cdot \oint \vec{H}_R = \vec{a} \times \vec{H}(\text{Oberfl.})$

Leitungswellenwiderstand: $Z_L = Z_0 \cdot \frac{b}{a}$

Leistungsichte: $P = \frac{1}{2} \text{Re}\{U \cdot I^*\} = \frac{1}{2} a b \text{Re}\{E_y H_x^*\}$

$\hookrightarrow \vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{H}^*\}$

Allg. Leistungsfluss:

$q = x + jy$ Konform Abb. $w = u + jv$

$dw = \frac{dw}{dq} dq = w' dq$

Bsp: Koax-Kab. $E_y = \frac{U}{\rho} = \frac{U}{r_0} = \text{const.}$

$E_{y0} = \frac{dU}{d\rho} = \frac{dU}{dy} \frac{dy}{d\rho} \rightarrow E_{y0} = \frac{E_y}{\rho/r_0}$

analog: $H_{-x0} = \frac{H_{-x}}{\rho/r_0}$

Spg.: $U_+ = U$ $\left. \begin{array}{l} Z_L = Z_0 \\ \text{Strom: } I_+ = I \end{array} \right\} Z_L = Z_0$

Leitungswellenwiderstand: $Z_L = \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{D}{d}$

Bsp: Doppelleitung:

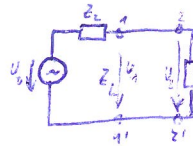


Leitungswellenwiderstand: $Z_L = Z_0 \ln \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}} \right)$

Verlustlose Leitung bei Anpassung: U, I TEM-Wellen

$$U = U_1 \cdot e^{-j\beta z}$$

$$I = \frac{1}{Z_L} U_1 e^{-j\beta z}$$



$$U_1 = \frac{1}{2} U_0$$

$$U_2 = U_1 \cdot e^{-j\beta L} = \frac{1}{2} U_0 e^{-j\beta L}$$

$$I = \frac{1}{Z_L} U_1 = \frac{1}{Z_L} \cdot \frac{1}{2} U_0$$

$$\beta L = 2\pi f \frac{L}{v_p} = 2\pi f T$$

Verlustlose, verlustgeprägte Leitung:

$$Z_L \neq Z_0 \rightarrow U = U_1 e^{-j\beta z} + U_r e^{j\beta z}, I = \frac{U_1}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{U_r}{Z_0} e^{j\beta z}$$

$$\hookrightarrow \frac{U_r}{U_1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \Gamma$$

$$\text{Reflexionsfaktor: } \Gamma = \frac{U_r}{U_1} \rightarrow \Gamma = r(z=0) = \frac{Z_L/Z_0 - 1}{Z_L/Z_0 + 1}$$

$$\Gamma_L = r(z=L) = \Gamma e^{-2j\beta L}$$

$$\Gamma_i = \frac{Z_L/Z_0 - 1}{Z_L/Z_0 + 1}$$

- $|\Gamma| \leq 1$ für passive Z_L
- $|\Gamma_L| = |\Gamma_i|$
- $\Delta \varphi = 2\beta L$

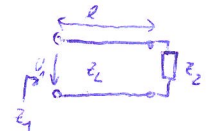
$$\text{Smith-Diagramm: } \Gamma = \frac{Z_L/Z_0 - 1}{Z_L/Z_0 + 1} = \frac{S-1}{S+1} = 1 - \frac{2}{S+1}$$

Konstante Abbildung

$$\text{Impedanztransformation: } U_1 = U_2 (\cos(\beta L) + j \frac{Z_0}{Z_L} \sin(\beta L))$$

$$I_1 = I_2 (\cos(\beta L) + j \frac{Z_0}{Z_L} \sin(\beta L))$$

$$\hookrightarrow Z_1 = Z_0 \frac{1 + j \frac{Z_0}{Z_L} \tan(\beta L)}{1 + j \frac{Z_0}{Z_L} \tan(\beta L)}$$



$$\lambda/2\text{-Leitung: } \Gamma_1 = \Gamma_2 e^{-j4\pi L/\lambda} = \Gamma_2 \rightarrow Z_1 = Z_2$$

$$\lambda/4\text{-Leitung: } \Gamma_1 = -\Gamma_2 \rightarrow \frac{Z_1}{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_2} = \frac{1}{\Gamma_2}$$

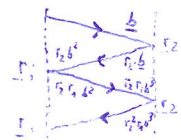
\hookrightarrow Admittanz \leftrightarrow Impedanz (Impedanzinverses)

$$\text{Seq. Reflexion: } r(0) = \frac{r_1 b + r_2 r_1 b^3 + r_3 r_1 b^5 + \dots}{b + r_2 r_1 b^3 + r_3 r_1 b^5 + \dots} = r_1$$

$$U_1 = U_0 k \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 b^2)^n + r_2 b^2 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 b^2)^n \right\}$$

$$= U_0 k \frac{1+r_2 b^2}{1-r_1 r_2 b^2} \rightarrow k = \frac{Z_0}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{2} (1+r_1)$$

$$\hookrightarrow U_1 = U_0 \frac{(1-r_1)(1+r_1)}{2(1-r_1 r_1)} = U_0 \frac{r_1}{Z_1 + Z_2}$$



Wahl der Normierung: P oder W

$$\left| \frac{I_1}{I_n} \right| = \sqrt{\frac{R_n}{R_1}}, \quad \left| \frac{U_1}{U_n} \right| = \sqrt{\frac{G_n}{G_1}}$$

$$R_n = R_{\min} = \frac{1}{G_{\max}} \Rightarrow |U|_{\min}, |I|_{\max}$$

$$R_{\max} = \frac{1}{G_{\min}} \Rightarrow |U|_{\max}, |I|_{\min}$$

$$\text{Stehwellenverhältnis: } S = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \sqrt{\frac{G_{\max}}{G_{\min}}} = \sqrt{\frac{R_{\max}}{R_{\min}}} = \frac{|U_n| + |U_r|}{|U_n| - |U_r|} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{R_{\max}}{Z_0}$$

$$\text{Anpassungsfaktor: } m = \frac{1}{S}$$

$$\frac{|U|_{\max}}{|I|_{\max}} = \frac{|U|_{\min}}{|I|_{\min}} = Z_0$$

$$\text{Wirkleistungstransport: } P = \frac{|U_n|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) = \frac{|U_n|^2}{2Z_0} - \frac{|U_r|^2}{2Z_0}$$

$$\text{Kapazitäts-/Induktivitätsbeleg: } L' = \frac{Z_0}{v_p}, \quad C' = \frac{1}{Z_0 v_p}$$

$$\text{Skinneffekt: Eindringtiefe: } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu k}}, \quad R' = \frac{1}{\pi k \delta} \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta} \right)$$

$$\hookrightarrow E_z(y) = E_z(0) e^{-y/\delta} \cdot e^{jy/\delta}$$

$$\hookrightarrow j_L(y) = k \cdot E_z(y)$$

$$\text{Oberflächenimpedanz: } Z = (1+j) \cdot \frac{1}{\pi k \delta} \cdot \frac{\omega \mu}{a} \quad (\text{Formeln gehen auch, wenn Oberflächennormierung im Vgl. zu } \frac{1}{S} \text{ vernachlässigbar ist})$$

$$\delta_{cu} = \frac{66}{\sqrt{f [\text{MHz}]}} \text{ mm}$$

Verlustbehaftete Leitungen:

$$\tilde{Z}_L = \sqrt{\frac{L'(1 + \frac{R'}{j\omega L})}{C'(1 + \frac{G'}{j\omega C})}}$$

$$\beta = \omega \sqrt{L'C'} = \omega \sqrt{L'C'} - j \left(\frac{R'}{2\sqrt{\frac{L'}{C'}}} + \frac{G'}{2\sqrt{\frac{C'}{L'}}} \right)$$

$$= \beta - j\alpha \quad (\alpha \sim \sqrt{\frac{1}{L'}})$$

$$R' = \frac{1}{\kappa \delta \pi} \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma'} \right) \quad \alpha = \frac{R'}{2Z_0} [Np]$$

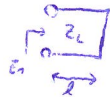
$$Z_1 = j Z_0 \tan(\beta l) = j Z_0 \tan\left(\frac{\omega}{v_p} l\right) \approx j Z_0 \cdot \frac{\omega}{v_p} l = j \omega L' l$$

(Raus oder 299)

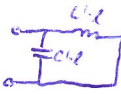
fließt

Konzentrierte Bauelemente

Induktivitäten:

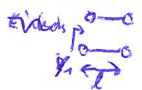


Einfaches ESB:



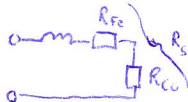
(Jede Induktivität hat stets eine Parallelkapazität, die L größer erscheinen lässt: $\kappa > \omega L$)

Kapazitäten



$$Y = j \frac{1}{Z_L} \tan(\beta l) \approx j \omega C' l$$

Berücksichtigung d. Verluste:



Verluste im Ferrit und Cu-Verluste (Skin-Effekt)

$$\tilde{Z} = j\omega L = j\omega L + \omega L \tan \delta$$

Verlustwinkel

$$\text{Güte: } Q_L = \frac{\omega L}{R_S}$$

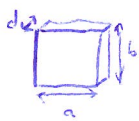
$$\text{Verlustfaktor: } \tan \delta_L = \frac{1}{Q_L}$$

$$Z_L = j\omega L + R_S \rightarrow Y = \frac{R_S - j\omega L}{R_S^2 + (\omega L)^2}$$

$$= \frac{R_S}{(\omega L)^2} - j \frac{1}{\omega L} \quad (\text{Seriell-Parallel-Form})$$

$$G_P = \frac{R_S}{(\omega L)^2} \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\sqrt{G_P R_S}} \Rightarrow R_P R_S = (\omega L)^2 = |X|^2$$

Wirkkinderstände:



$$\left. \begin{aligned} U &= E_y \cdot b \\ I &= H_x \cdot a \end{aligned} \right\} Z = \frac{E_y}{H_x} \cdot \frac{a}{b}$$

(nur frequenz-unabhängig, wenn Skin-Effekt vernachlässigt wird: $d \ll \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \kappa}}$)

$$\text{Benutzung: 31772-Folie: } R = \frac{L}{a \delta \kappa} \rightarrow R_D = \frac{1}{\delta \kappa}$$

Salisbury screen:



Resonanzschaltungen

Einfache Resonanzschaltungen aus konzentrierten Elementen:

$$\text{Resonanz} = U_{\text{max}} / I_{\text{max}}, \quad \text{Im}\{Z\} = 0$$

$$\text{Qualität: } U \leftrightarrow I \quad (\text{in Paris: } Z \leftrightarrow Y \text{ oder Parallel-SK})$$

$$C \leftrightarrow L$$

physik. Bedeutg. d. Güte:

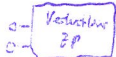
$$\frac{\omega_R W_{\text{max}}}{W_R} = \frac{\omega_R C}{G_R} = \frac{P_R}{P_R} = Q_R$$

$$\text{unbelastete Güte: } Q_0 = \frac{\omega_R W_{\text{max}}}{P_R} = \frac{P_R}{P_R}$$

Mehrfachresonanzen:

für x gilt:

$$x) \frac{dx}{d\omega} > 0$$



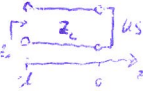
*) abwechselnd Seriell/Parallel-Schaltung

*) N Blindkinderstände \rightarrow N-1 Resonanzen

*) N-1 Resonanzen bei abwechselnder Vermeidung von LRC in abwechselndes S./P. Schaltung

Leitungsresonanzen:

$$U(z) = U_h (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) = 2j U_h \sin(\beta z)$$



$$I(z) = \frac{2U_h}{Z_0} \cos(\beta z)$$

Güte:

Q

$$\hookrightarrow Z_1 = j Z_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{l}{4}\right) = j X \sim \frac{1}{Q}$$

$$Z_1(f_R) \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \lambda = \frac{4l}{n}$$

i.d. Nähe von f_0 : Verhalten wie Parallel-SK: $Q_R = \frac{\pi}{4} \frac{1}{Q_L}$

$$\text{analog mit LL: } K_R = \frac{\pi}{4} Z_L$$

Schwingkreise

Parallel-SK



$$Y_k = G_k + j\omega C - \frac{j}{\omega L}$$

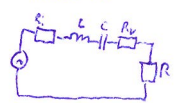
$$= G_k + jX_k \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right)$$

$$R_R = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_R L = \frac{1}{\omega_R C}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

$$Q_k = \frac{P_R}{P_v}$$

Reihen-SK



$$Z_k = R_k + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

$$= R_k + jX_k \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right)$$

$$X_R = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_R L = \frac{1}{\omega_R C}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

$$Q_k = \frac{P_R}{P_v}$$

$$Q_k = \frac{X_R}{R_k} \dots \text{Körnergüte}$$

$$Z_k = R_k \left(1 + j Q_k \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right) \right)$$

$$Q_k = \frac{R_k}{R_v} \dots \text{unbelastete Güte}$$

$$\frac{U}{U_{\text{max}}} = \frac{G_k}{Y_k}$$

$$\frac{I}{I_{\text{max}}} = \frac{R_k}{Z_k}$$

$$\frac{1}{1 + j^2 F^2} \Rightarrow \frac{1}{1 + F^2}$$

$$\frac{f}{f_{\text{max}}} = \frac{f_0 - f_v}{f_R} = \frac{1}{Q_k} \dots \text{Bandbreite}$$

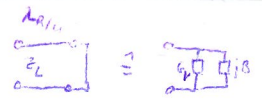
$$F \approx Q_k \frac{2\Delta f}{f_R} = \frac{2\Delta f}{\Delta f_k}$$

Schubbedämpfung:

Verlustgüte:

$$G_V = \frac{1}{2} R \frac{A_R}{8}$$

Unbelastete Güte: $Q_0 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2} R A_R} = \frac{\pi}{\frac{1}{2} R A_R} \approx \sqrt{f}$



Ankopplung von Resonanz:

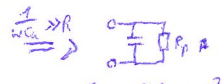
(i) direkter Anschluss:



$$Q_R = \frac{B_R}{G_1 + G_2 + G}$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L} \rightarrow \frac{1}{150\Omega} \Rightarrow Q_R \downarrow$$

(ii) kapazitiv X:

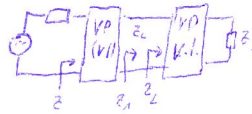


$$G_P = R(\omega C_h)^2 \quad (Z < \omega)$$

Transformationschaltungen:

Anpassung * Leistungsimpedanz ($Z = Z_1^*$)

* Wellenwiderstand ($Z = Z_0$)



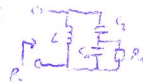
bei Fehlansatz: $r = \frac{Z - Z_L}{Z + Z_L} \quad p = \frac{P}{P_{max}} = 1 - r^2$

Schmalband-Schaltungen:

Konstante Bandbreite: \rightarrow Smith-Diagramm

Wahl d. Trafo-Weges: a) geringe Verluste \rightarrow kurze Wege
b) natürl. Schaltung \rightarrow L_S, C_P

Reaktanz-Transformation:



$$R = R_1 \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2$$

bzw.



$$R = R_1 \left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

Leitungsschaltungen:



$$R_2 = \frac{Z_L^2}{R_1}$$

Bandpass-Schaltungen:

Physikal. Grenzen: Aufgabe: Trafo innerhalb v. Frequ.-Bereich

Prinzip d. Kompensation: Frequ.-Abhängigkeit von Z nehmen (in gewissen Frequ.-Bereich)



Einfache Schaltungen:



$$Z \approx R$$

Grundregeln: a) Parallel - durch Serienblindkompensation (und umgekehrt)

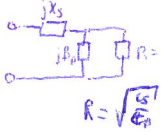
b) X_S und C_P müssen identischen $F(f)$ aufweisen

L und C , Serienkreis \rightarrow Parallelkreis

c) nur für $|F| \ll 1$

R mit Parallel-Blind-Kompensation:

$$B_P \stackrel{!}{=} G \cdot F(f) = \frac{1}{R} F(f)$$



$$Z = \frac{1}{G + j\omega C_P + j\omega X_S} = \frac{1}{G(1 + F^2)} + j\omega X_S$$

$$R = \sqrt{\frac{L_S}{C_P}}$$

($|F| \ll 1$)

$$\approx R(1 - F^2 + \dots) + j\omega X_S \Rightarrow X_S = R \cdot F$$

Symmetr. Kompensation:



$$\Rightarrow B_P = \frac{1}{R} F \quad X_S = R \cdot F$$

TP-Kompensation:

$$F \geq 0$$

Z liegt für $0 \leq F \leq 1$ nahe an R



$$X_S = R \cdot F = \omega L_S \Rightarrow F = \frac{\omega L_S}{R}$$

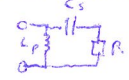
$$B_P = \frac{1}{R} F = \omega C_P \Rightarrow F = \omega R C_P$$

$$\left\{ R = \sqrt{\frac{L_S}{C_P}} \right.$$

HP-Kompensation:

$$F \leq 0$$

Z liegt für $-1 \leq F \leq 0$ nahe an R

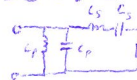


$$X_S = R \cdot F = -\frac{1}{\omega C_S} \Rightarrow F = -\frac{1}{\omega R C_S}$$

$$B_P = \frac{1}{R} F = -\frac{1}{\omega L_P} \Rightarrow F = -\frac{1}{\omega R L_P}$$

$$\left\{ R = \sqrt{\frac{L_P}{C_S}} \right.$$

BP-Kompensation:



$$L_{KS} = C_{KP} = L_R$$

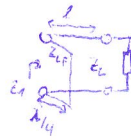
$$X_S = R \cdot F = X_R \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right) \Rightarrow F = \frac{X_R}{R} \left(\dots \right)$$

$$B_P = \frac{1}{R} F = B_R \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right) \Rightarrow F = B_R \cdot R \left(\dots \right)$$

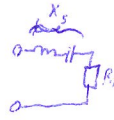
$$\left\{ R = \sqrt{\frac{X_R}{B_R}} = \sqrt{\frac{L_R}{C_R}} \right.$$

Transkonduktions-
Schaltungen

Leitungsschaltungen



\Rightarrow



$$k = \frac{Z_L}{U_1} \Rightarrow Z_1^* = R_1 = \frac{Z_L^2}{R_2}$$

$$k \neq \frac{Z_L}{U_1} : Z_1 \approx R_1 \left| \left(Z_L - \frac{Z_L^2}{R_2} \right) \right| \frac{\pi}{4} \frac{2 \Delta f}{f_m}$$